

---

# Índex

---

PREÀMBUL .....	11
<b>Capítol 1. Nombres complexos .....</b>	<b>13</b>
1.1 Motivació històrica .....	13
1.2 El cos dels nombres complexos.....	13
1.3 Representació dels nombres complexos.....	16
1.4 Fórmula d'Euler .....	19
1.5 Potències i arrels de nombres complexos.....	19
1.6 Problemes proposats.....	21
<b>Capítol 2. Topologia dels nombres complexos.....</b>	<b>23</b>
2.1 Introducció.....	23
2.2 Elements i conjunts .....	23
2.3 Camins en $\mathbb{C}$ .....	24
2.4 El punt de l'infinit.....	27
2.5 Problemes proposats.....	27
<b>Capítol 3. Funcions de variable complexa .....</b>	<b>29</b>
3.1 Límits i continuïtat .....	29
3.1.1 Regles per a fer límits	
3.2 Diferenciabilitat.....	31
3.2.1 Regles de derivació.- 3.2.2 Condicions de Cauchy-Riemann	
3.3 Funcions multivaluades .....	36
3.4 Problemes proposats.....	40

<b>Capítol 4. Funcions elementals</b> .....	43
4.1 La funció exponencial .....	43
4.2 Funcions trigonomètriques i hiperbòliques .....	44
4.3 Funció logarítmica.....	46
4.3.1 Superfície de Riemann per al logaritme.- 4.3.2 Relació amb les funcions hiperbòliques i trigonomètriques inverses	
4.4 Funció potència general.....	49
4.5 Problemes proposats.....	50
<b>Capítol 5. Teorema de Cauchy</b> .....	53
5.1 Integrals en el camp complex .....	53
5.2 Primitives.....	57
5.3 Teorema de Cauchy .....	59
5.3.1 Teorema de Cauchy a partir del Teorema de Green.- 5.3.2 Teo- rema de Cauchy per a un disc.- 5.3.3 Teorema general de Cauchy	
5.4 Teorema de Cauchy i funcions multivaluades.....	66
5.4.1 Primitives multiformes	
5.5 Problemes proposats.....	69
<b>Capítol 6. Fórmula integral de Cauchy</b> .....	71
6.1 Índex d'un camí tancat .....	71
6.1.1 Propietats de l'índex	
6.2 Fórmula integral de Cauchy .....	73
6.3 Derivades successives d'una funció regular.....	74
6.4 Problemes proposats.....	76
<b>Capítol 7. Sèries en <math>\mathbb{C}</math></b> .....	77
7.1 Successions i sèries numèriques.....	77
7.2 Sèries de funcions.....	80
7.2.1 Teorema de Weierstrass	
7.3 Sèries de potències .....	83
7.3.1 Càlcul del radi de convergència	
7.4 Problemes proposats.....	87
<b>Capítol 8. Desenvolupaments en sèrie</b> .....	89
8.1 Sèrie de Taylor.....	89
8.2 Zeros d'una funció analítica .....	91
8.3 Sèrie de Laurent.....	92
8.3.1 Càlcul de desenvolupaments de Laurent	
8.4 Singularitats d'una funció analítica .....	100
8.4.1 Classificació de singularitats aïllades.- 8.4.2 Funcions mero- morfes.- 8.4.3 Singularitats essencials	
8.5 Problemes proposats.....	105

<b>Capítol 9. El teorema dels residus .....</b>	<b>107</b>
9.1 El teorema dels residus .....	107
9.2 Càlcul de residus .....	109
9.3 Residu a l'infinit.....	110
9.4 Comptatge de zeros i pols. Teorema de Rouché .....	112
9.4.1 Principi de variació de l'argument.- 9.4.2 Teorema de Rouché	
9.5 Problemes proposats .....	115
<b>Capítol 10. Aplicació del teorema dels residus I.....</b>	<b>117</b>
10.1 Integrals impròpies reals .....	117
10.1.1 Part principal de Cauchy	
10.2 Lemes d'integració.....	120
10.3 Integrals de funcions univaluades .....	123
10.3.1 Integrals de funcions racionals.- 10.3.2 Integrals de funcions racionals per exponencials.- 10.3.3 Integrals de funcions racionals de funcions trigonomètriques	
10.4 Integrals amb pols en el camí.....	126
10.5 Problemes proposats .....	127
<b>Capítol 11. Aplicació del teorema dels residus II .....</b>	<b>129</b>
11.1 Integrals de funcions multiformes.....	129
11.2 Integració en intervals finits .....	135
11.3 Càlcul de sumes infinites.....	142
11.4 Problemes proposats .....	146
<b>Capítol 12. Teoremes generals .....</b>	<b>149</b>
12.1 Teorema de Liouville .....	149
12.2 Principi del mòdul màxim.....	150
12.3 Prolongació analítica.....	151
12.4 Principi de reflexió de Schwarz .....	154
12.5 Problemes proposats .....	154
<b>Capítol 13. Transformació conforme i problemes de contorn .....</b>	<b>157</b>
13.1 Introducció .....	157
13.2 Interpretació geomètrica de la derivada .....	157
13.3 Transformació bilineal .....	159
13.3.1 Composició de transformacions bilineals.- 13.3.2 Transformacions elementals	
13.4 Exemples de transformacions conformes .....	164
13.5 Transformació de Schwarz-Christoffel .....	166
13.6 Transformació de Riemann .....	169
13.7 Funcions harmòniques .....	170
13.8 El problema de Dirichlet.....	172
13.8.1 Aplicacions	
13.9 Problemes proposats .....	174

<b>Capítol 14. La funció gamma</b> .....	177
14.1 Introducció: representacions integrals.....	177
14.2 La funció factorial real.....	178
14.2.1 Extensió del factorial als complexos: funció gamma	
14.3 Integrals relacionades amb la funció gamma.....	181
14.3.1 Integrals d'Euler.- 14.3.2 La funció beta: $B(p, q)$	
14.4 Expressions de la funció gamma.....	182
14.4.1 Fórmula dels complements.- 14.4.2 Fórmula de duplicació.- 14.4.3 Fórmula integral.- 14.4.4 Altres expressions	
14.5 Problemes proposats .....	186
<b>Capítol 15. La transformada de Laplace</b> .....	189
15.1 Definicions .....	189
15.2 Regles operatives .....	191
15.3 Funció de Heaviside.....	192
15.4 <i>Funció</i> $\delta$ de Dirac .....	194
15.5 Transformada inversa de Laplace .....	196
15.5.1 Regles operatives.- 15.5.2 Aplicació a funcions racionals	
15.6 Fórmula d'inversió de Bronwich .....	198
15.7 Problemes proposats .....	201
<b>Capítol 16. Sèries i transformades de Fourier</b> .....	203
16.1 Sèries de Fourier .....	203
16.1.1 Sèries trigonomètriques.- 16.1.2 Funcions parelles i imparelles (sèries de Fourier sinus i cosinus).- 16.1.3 Forma complexa de la sèrie de Fourier	
16.2 Transformades de Fourier .....	210
16.3 Propietats de la transformada de Fourier .....	211
16.4 Transformades de Fourier multidimensionals.....	214
16.5 Problemes proposats .....	215
<b>Capítol 17. Desenvolupaments asimptòtics</b> .....	217
17.1 Introducció .....	217
17.2 Relacions de comparació .....	219
17.2.1 Integració i derivació de les relacions de comparació	
17.3 Desenvolupaments asimptòtics .....	221
17.3.1 Propietats dels desenvolupaments asimptòtics	
17.4 Desenvolupaments asimptòtics de Laplace.....	223
17.5 Mètode del punt d'enselladura.....	226
17.6 Desenvolupaments asimptòtics de Fourier .....	232
17.7 Problemes proposats .....	233
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	235
<b>ÍNDEX ANALÍTIC</b> .....	237