

Índex

1. Estructures algebraiques	17
1.1. Llei de composició interna	17
1.2. Grups i subgrups	19
1.3. Homomorfismes de grups	22
1.4. Grup simètric i grup de permutacions	26
1.5. Anells i cossos	28
2. Espais vectorials	33
2.1. Definició i propietats immediates	33
2.2. Subespais vectorials	36
2.3. Combinacions lineals	39
2.4. Base i dimensió d'un espai vectorial	42
2.5. Matriu canvi de base i orientació d'un espai vectorial	48
3. Aplicacions lineals	53
3.1. Definicions i propietats immediates	53
3.2. Classificació i altres propietats	56
3.3. Operacions amb aplicacions lineals	58
3.4. Projectors sobre subespais complementaris	59
3.5. Formes lineals i espai vectorial dual	62
3.6. Representació matricial d'aplicacions lineals	63
3.7. Representació matricial d'operadors lineals	67
3.8. Representació matricial de formes lineals	69
4. Espais prehilbertians	73
4.1. Producte escalar	73
4.2. Norma d'un vector	76
4.3. Ortogonalitat i sistemes ortonormals	79
4.4. Canvi de base entre bases ortonormals	85
4.5. L'espai de Hilbert $L^2(a, b)$	86
5. Aplicacions lineals en espais prehilbertians	95
5.1. Representació matricial en bases ortonormals	95
5.2. Aplicació adjunta d'una aplicació lineal	96

5.3.	Operadors normals i operadors hermítics	98
5.4.	Operadors unitaris. Grup unitari	99
5.5.	Operadors ortogonals. Grup ortogonal	101
5.6.	Projectors ortogonals	104
5.7.	Operadors lineals en espais de dimensió infinita	107
6.	Teoria espectral	111
6.1.	Valors i vectors propis d'un endomorfisme	111
6.2.	Operadors diagonalitzables	117
6.3.	Valors i vectors propis d'operadors normals	122
6.4.	Teoria espectral d'operadors normals	123
7.	Tensors. Teoria algebraica	133
7.1.	Aplicacions multilineals. Tensors covariants i contravariants	133
7.2.	Bases de l'espai $T_p^q E$. Components d'un tensor	136
7.3.	Fórmula de canvi de base	140
7.4.	Contracció tensorial	141
8.	Espai afí i espai afí euclidià	147
8.1.	Espai afí	147
8.2.	Aplicacions afins	151
8.3.	Espais afins euclidians	156
8.4.	Coordenades no afins o curvilínies	160
8.5.	Espaitemps de Galileu	165
9.	Geometria analítica en l'espai	173
9.1.	Producte vectorial i producte mixt	173
9.2.	Rectes i plans en \mathbb{E}_3	176
9.3.	Posicions relatives de rectes i plans en \mathbb{E}_3	180
9.4.	Problemes mètrics en \mathbb{E}_3	183
9.5.	Geometria a l'espai afí euclidià bidimensional \mathbb{E}_2	190
9.6.	Còniques	193
10.	Espais lorentzians	209
10.1.	Espai vectorial mètric	210
10.2.	Mètrica contravariant. Tensors mètricament equivalents	213
10.3.	Bases ortonormals en espais vectorials mètrics	215
10.4.	Espai vectorial de Minkowski	217
10.5.	El grup de Lorentz	222
10.6.	Espaitemps de Minkowski	225
	Apèndixs	235
A.	Conceptes bàsics de la teoria de conjunts	237
A.1.	Conjunts: definicions elementals	237

A.2. Producte cartesià i correspondències	239
A.3. Aplicacions	241
A.4. Conjunts numèrics	244
A.5. Cardinalitat	247
B. Nombres complexos	251
B.1. Necessitat dels nombres complexos i definició	251
B.2. Operacions amb nombres complexos	253
B.3. Representació polar i manipulacions algebraiques	255
B.4. Potències, arrels i logaritmes de nombres complexos	258
B.5. Funcions trigonomètriques i funcions hiperbòliques	260
C. Grup de permutacions	263
C.1. Definició de permutació i estructura de grup	263
C.2. Cicles i transposicions	263
C.3. Signatura d'una permutació i símbol de Levi-Civita	264
D. Matrius i determinants	267
D.1. Matriu $m \times n$	267
D.2. Multiplicació de matrius	268
D.3. Transposada i adjunta d'una matriu	269
D.4. Tipus especials de matrius quadrades	270
D.5. Determinant d'una matriu	271
D.6. Inversa d'una matriu	277
D.7. Rang d'una matriu	279
D.8. Resolució de sistemes d'equacions lineals	279
Índex analític	287